

T07 MO5

Mathématiques

CALCULS

François Boule, André Deledicq, Serge Pouts-Lajus

cedic/nathan



Couverture : Graphir
ISBN 2-7124-4002-1

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, photocopie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la protection des droits d'auteur.

© Copyright VIFI INTERNATIONAL 1985

Sommaire

Avant-propos	5
Comment utiliser votre logiciel Nathan	6
Ranger des nombres	9
Scénario d'utilisation	10
Exercices écrits	13
Contexte pédagogique	16
Possibilités d'adaptation	20
Carré magique	21
Scénario d'utilisation	22
Exercices écrits	25
Contexte pédagogique	29
Possibilités d'adaptation	32
L'invasion des chiffres	33
Scénario d'utilisation	34
Exercices écrits	37
Contexte pédagogique	39
Possibilités d'adaptation	44
Multiplication	45
Scénario d'utilisation	46
Exercices écrits	49
Contexte pédagogique	54
Possibilités d'adaptation	57
Quelques conseils utiles aux parents ou à l'enseignant	59

La boîte « Logiciels Nathan Écoles » contient :

- Une cassette A comportant deux programmes :
A1. Ranger des nombres.
A2. Carré magique.
- Une cassette B comportant deux programmes :
B1. L'invasion des chiffres.
B2. Multiplication.

côté vert : TO7

côté rouge : MO5



- La présente brochure.



Résumé des commandes :

— Pour charger le logiciel de la cassette dans votre micro-ordinateur, frappez :

R U N " ENTREE

— Pour donner une réponse, frappez *votre réponse*, puis

ENTREE

— Si vous voyez sur l'écran :



, alors il vous faut appuyer sur une touche



, alors il vous faut pointer le crayon optique.

— Pour interrompre une activité, frappez : **RAZ**

Avant-propos

Votre logiciel Nathan Écoles s'adresse aux enfants d'aujourd'hui pour qui apprendre devient une activité permanente. Il associe donc travail, plaisir, action et vise à développer la réflexion, à entraîner aux mécanismes fondamentaux, à soutenir l'acquisition des connaissances de base. Tout cela, dans le cadre des programmes scolaires.

Les logiciels Nathan Écoles, conçus par des animateurs et des pédagogues confirmés, ont été étudiés et testés auprès d'une cinquantaine de classes. Cette expérimentation a permis d'obtenir des outils souples, efficaces et adaptés à vos besoins.

Les logiciels Nathan sont très faciles à utiliser : le *résumé des commandes* en page 4 suffit pour démarrer. Ensuite, une lecture approfondie de ce livret vous permet d'exploiter progressivement toute leur richesse. Il contient en effet pour chaque activité un *scénario d'utilisation*, des *exercices* pour compléter et préparer le travail avec l'ordinateur, et des *conseils pédagogiques*.

Les logiciels Nathan sont adaptables selon l'âge, le niveau des enfants et les objectifs poursuivis. En fin de livret, *quelques conseils utiles aux parents ou à l'enseignant* vous guideront pour mener à bien cette adaptation.

Il vous reste à placer la cassette dans le lecteur, suivre le mode d'emploi en page 6 et regarder les enfants...

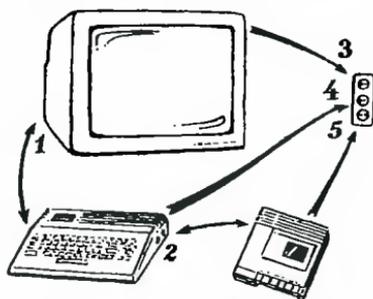
... ils ne tarderont pas à vous entraîner eux-mêmes vers les objectifs que vous leur aurez choisis.

Comment utiliser votre logiciel Nathan

1. Mise en route du matériel

Branchez et allumez dans cet ordre :

- l'écran de télévision,
- le lecteur de cassettes,
- le TO7 (avec sa cartouche BASIC) ou le MO5.



2. Préparation de la cassette et du lecteur

- Placez la cassette dans le lecteur,
- Rembobinez la bande : (touche ),
- Appuyez sur la touche lecture : (touche ).

3. Chargement du logiciel

Frappez :

R U N " ENTREE

4. Déroulement de l'activité

Titre

Lorsque la page titre est affichée à l'écran, appuyez sur n'importe quelle touche.

Menu

Lorsque la page menu est affichée à l'écran, un choix vous est proposé.

Faites votre choix en frappant sur une touche ou en pointant avec le crayon.

Activités

Répondez aux questions :

- soit en frappant sur une seule touche,
 - soit en frappant successivement sur plusieurs touches puis sur **ENTREE** ,
 - soit en appuyant sur l'écran avec le bout du crayon,
 - soit en pointant le crayon à un certain endroit de l'écran.
- Pour interrompre l'exercice, vous pouvez, à tout moment, frapper la touche **RAZ** .

La « page bilan » apparaîtra alors sur l'écran.

Bilan

Lorsque la page bilan est affichée à l'écran, vous pouvez recommencer l'activité ou vous arrêter. Frappez :

E pour « encore » ou **F** pour « fin »

ou bien pointez la case voulue avec le crayon optique.

Si vous voulez en savoir plus...

Mise en route

— Si le micro-ordinateur que vous utilisez est le TO7, vous savez qu'une première « page » apparaît à l'écran lors de la mise en route. Si vous appuyez alors sur la touche **2** (et si tout est en place du côté du lecteur de cassettes), alors le programme enregistré sur la cassette se charge dans la mémoire du TO7. Mais vous pouvez aussi appuyer sur la touche **1** et l'ordinateur attend alors vos ordres énoncés en BASIC.

— Voici quelques ordres BASIC utiles, valables sur MO5 et TO7 :

R U N " ENTREE charge le programme sur cassette dans la mémoire du micro-ordinateur et l'exécute.

L O A D ENTREE charge le programme sur cassette dans la mémoire du micro-ordinateur.

R U N " ENTREE provoque l'exécution par le micro-ordinateur du programme qui est dans sa mémoire.

Ce dernier ordre est à utiliser lorsqu'un programme a déjà été chargé et a été interrompu (le message « OK » est alors affiché à l'écran) pour relancer l'exécution du même programme.

Préparation de la cassette...

Si le logiciel que vous voulez utiliser est enregistré, par exemple, à partir du numéro 50 du compteur, alors mettez le compteur à 0 et appuyez sur la touche « avance rapide », jusqu'au numéro 49 du compteur.

A l'affichage de la page menu...

Si vous frappez sur la touche **ACC**, vous lirez quelques informations utiles (par exemple lors de votre première utilisation du logiciel).

A l'affichage de la page bilan...

Si vous avez branché une imprimante et si vous voulez imprimer votre « bilan », frappez **I**, puis frappez votre nom et la date.

Ranger des nombres

Activité pour un utilisateur ou jeu à deux.

Objectif

Savoir ranger
des nombres entiers ou décimaux
par ordre de grandeur.

Scénario d'utilisation



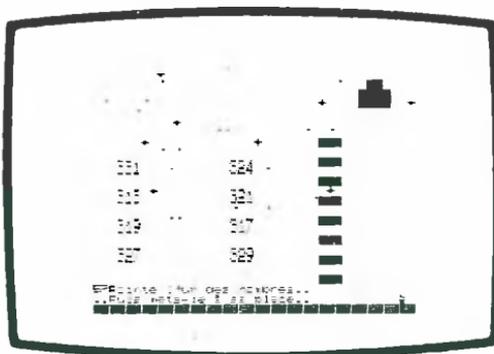
Dans cette activité, toutes les réponses sont données au crayon optique. Le menu demande de choisir entre :

Ranger des entiers (difficulté 1 ou 2).

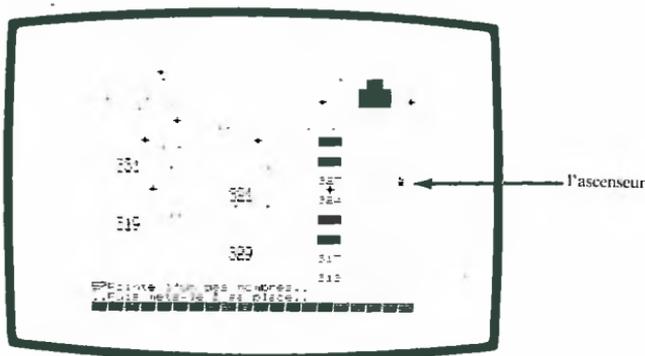
Ranger des décimaux (difficulté 3 ou 4).



Répondez en pointant le crayon optique dans le cadre correspondant à votre choix. Vous voyez alors apparaître un gratte-ciel à huit étages et huit nombres à classer.



Chacun des nombres doit être placé à un étage de manière à ce que les nombres les plus petits soient en dessous des nombres les plus grands. Pour cela, *pointez le crayon sur un nombre, puis sur l'étage où vous voulez le placer*. Si vous avez mis le nombre à la bonne place, l'ascenseur y va et l'étage s'allume. Sinon, une musique triste retentit, aucun étage ne s'allume et le nombre pointé se met à sa place. Vous devez donc essayer d'allumer tous les étages; cela montrera que vous n'avez fait aucune erreur.



Remarque : vous pouvez aussi essayer de faire faire le moins de chemin possible à l'ascenseur !

Option clavier : Si vous n'avez pas de crayon optique, ou si vous ne voulez pas l'utiliser, vous pouvez travailler avec le clavier seul. Pour choisir le nombre que vous voulez ranger, appuyez sur la touche "espace" : la petite étoile jaune le désignant se déplacera ainsi de nombre en nombre. Pour manœuvrer l'ascenseur, utilisez les deux flèches **↑** et **↓** . Lorsque vous frapperez sur la touche **ENTREE** , le nombre désigné par l'étoile jaune ira se ranger à l'étage où vous aurez placé l'ascenseur.

Jeu à deux : L'un des joueurs pointe un nombre. L'autre joueur doit mettre ce nombre à sa place. Le premier joueur doit évidemment essayer de proposer des nombres dont le placement est difficile pour que le score (nombre d'étages allumés) de son adversaire ait des chances d'être plus faible.

Aide : Lorsque vous frappez sur **ACC** , le nombre le plus petit vient se ranger à sa place. Vous pouvez ainsi vous "entraîner" en faisant faire le travail par la machine à votre place.

Évidemment, le nombre d'aides demandées apparaîtra au bilan !

Exercices écrits

Exercice 1. Signes $<$ et $>$, et entiers

Indiquer le bon signe, $<$ ou $>$:

$$241 \dots 312 \qquad 108 \dots 180 \qquad 280 \dots 312$$

$$421 \dots 142 \qquad 236 \dots 127 \qquad 217 \dots 324$$

Exercice 2

Ranger les trois nombres dans l'ordre croissant :

$$321 - 10 - 512$$

$$728 - 936 - 616$$

$$838 - 883 - 912$$

Exercice 3

Indiquer le bon signe $<$, $>$ ou $=$, puis vérifier en effectuant le calcul.

$$140 + 37 \dots 137 + 40$$

$$28 + 37 \dots 28 + 57$$

$$212 - 15 \dots 210 - 15$$

$$180 - 80 \dots 280 - 180$$

$$910 - 180 \dots 905 + 180$$

$$318 - 190 \dots 318 - 180$$

$$41 \times 13 \dots 41 \times 14$$

$$57 \times 21 \dots 50 \times 21$$

$$16 \times 15 \dots 8 \times 30$$

$$237 + 73 \dots 200 + 37 + 70 + 3$$

Exercice 4. Jeu

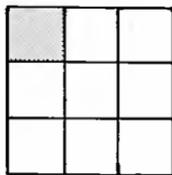
Des cartons portant des nombres sont mélangés, dos en l'air. On en tire cinq que l'on dispose en ligne dans des cases préparées.

Exemple :

27	182	81	12	122
----	-----	----	----	-----

Il s'agit de placer les nombres en ordre croissant (de gauche à droite), en aussi peu de coups que possible. Règle du jeu : prendre un carton dans chaque main, et éventuellement les permuter.

Exercice 5. Jeu : Le Taquin



Huit cartons sont tirés au sort et placés dans les huit cases disponibles. On ne déplace les cartons que d'une case à la fois, en ligne ou en colonne. Il s'agit de remettre (si c'est possible) les nombres en ordre croissant (de haut en bas et de gauche à droite).

Exercice 6. Signes $<$ et $>$, et décimaux

Indiquer le bon signe $<$; $>$; $=$

10,4	10,40	13,13	13,130
10,04	10,4	19,070	19,7
15	14,75	75,09	130,41

Exercice 7

Ranger les trois nombres dans l'ordre croissant.

11,4 ; 13,06 ; 20,4 0,071 ; 0,6 ; 0,004
10,40 ; 10,41 ; 10,6 110,314 ; 241,25 ; 24,56
0,70 ; 1 ; 2,3

Exercice 8

Compléter avec des nombres décimaux.

10,41 < < 13,6
0,04 < < 0,5
3,04 < < 3,05
12,11 < < 12,112
13,11 < < 13,1101
12,14 < < < 12,15
101,13 < < 102 <
..... < 0,1 < < 0,2
..... < < < 0,1

Exercice 9

Indiquer le bon signe < ; > ; =, puis vérifier en effectuant le calcul.

12,4 + 13,6 14,2 + 12,6
21,70 + 14,1 22,6 + 15
34,43 + 76,07 110,5
25,17 - 13 27,14 - 13
124,27 - 36 238,14 ÷ 36,814
237 - 24,150 236,81 - 45,1

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

CP : « *Rangement de collections d'objets par les relations « moins que », « plus que ». Comparaison des nombres correspondants et introduction des signes < et >. Écriture d'une suite de nombres dans un ordre déterminé.* »

CE : « *Les règles de comparaison des nombres en numération écrite devront être utilisées dans les cas les plus divers. On pourra en particulier demander aux enfants de placer et intercaler des écritures de nombres sur une droite ou sur une ligne (la graduation étant régulière ou non).* »

CM : « *En prolongeant l'activité abordée au CE, le maître proposera des exercices de comparaison mettant en jeu des écritures additives, soustractives, multiplicatives (...).*

«Nombres décimaux : l'un des aspects le plus neuf et le plus important de cet ensemble de nombres est la façon dont il est ordonné (...). Un travail approfondi doit donc être fait sur l'ordre de grandeur des nombres décimaux.»

B. Conseils pédagogiques

Nombres entiers

La progression de tels exercices du CP au CM est articulée autour de deux paramètres : la quantité de nombres à classer, l'ordre de grandeur de ces nombres.

a. Ranger deux nombres

La question est abordée avant même qu'intervienne la numération de position : la correspondance terme à terme permet de déterminer la plus grande de deux collections, donc ordonner les nombres de leurs éléments. Dès que la numération est introduite, les critères de classement de deux nombres sont étudiés :

— On examine d'abord le nombre de chiffres des deux nombres. Si l'un des nombres a plus de chiffres, il est supérieur à l'autre. S'ils ont le même nombre de chiffres, on les examine de gauche à droite, etc.

b. Ranger plusieurs nombres

Il s'agit de classer par exemple 21, 7, 14, 12 du plus petit au plus grand. Plusieurs méthodes sont envisageables : prendre deux nombres (par exemple 21 et 7) et les classer, puis un troisième et le classer par rapport aux deux premiers, etc. On est ainsi amené à *intercaler*. Une autre méthode consiste à chercher le plus petit (ou le plus grand) de tous et à l'installer à sa place définitive, puis à chercher le plus petit de ceux qui restent, etc. Une autre méthode, enfin, consiste à saisir un nombre et à tenter de le placer à son rang définitif. Ce type d'exercice est très utile en vue du calcul mental et de l'estimation de l'ordre de grandeur d'un calcul.

c. Ordre et opérations

La relation d'ordre sur les nombres est *compatible* avec les opérations :

$$\begin{array}{llll} a < b & a + c < b + c & a - c < b - c & c - a > c - b \\ a < b & a \times c < b \times c & a : c < b : c & c : a > c : b \end{array}$$

(pour autant que ces opérations soient possibles). On peut donc être conduit à comparer des nombres donnés sous forme d'écritures additives, soustractives, multiplicatives... sans pour autant réduire ces écritures.

Nombres décimaux (CM)

L'une des propriétés fondamentales de l'ensemble des nombres décimaux est de permettre d'intercaler un nombre (et par suite autant de nombres que l'on veut) entre deux nombres donnés. C'est d'une propriété semblable que l'on dispose sur *l'ordre alphabétique* des mots.

Il y a deux façons équivalentes de comparer deux nombres décimaux :

- Soit les ramener à des quotients dont le dénominateur est le même, par exemple, pour comparer 12,1 et 12,01

$$12,1 = \frac{121}{10} = \frac{1210}{100} \quad \text{et} \quad 12,01 = \frac{1201}{100}$$

- Soit comparer leur partie entière (comme des nombres entiers) et puis, si c'est nécessaire, c'est-à-dire si les parties entières sont égales, leur partie décimale :

— On examine les chiffres de gauche à droite (sans considérer d'abord le nombre de chiffres) : si l'un des chiffres est supérieur au chiffre de même rang, le nombre correspondant est supérieur. Si la partie décimale de l'un des nombres est plus longue (la partie commune étant la même), ce nombre est supérieur (ainsi $0,1102 > 0,1$).

On sait que la difficulté d'insérer un décimal entre deux autres et de classer des décimaux (en particulier si les parties décimales sont de longueur différente) est rarement complètement franchie en fin de cycle moyen.

On pourra observer la progression suivante :

- insérer un décimal entre deux entiers (rang 1 après la virgule)
- classer des entiers et des décimaux (rang 1 après la virgule)
- insérer un décimal entre deux décimaux de rang 1
- comparer des décimaux de même partie décimale
- cas général.

C. Déroulement standard

Le programme comporte quatre parties au choix.

1. Classement d'entiers (de 1 à 8)

Cette partie est destinée en fait à familiariser l'enfant avec le fonctionnement du programme. Les huit premiers entiers sont mentionnés sur des étiquettes. Il s'agit de pointer successivement chaque nombre, puis la place qu'il doit occuper (étage de l'immeuble). La correction est automatique. Un message sonore indique si la réponse proposée est exacte ou non. Il convient de remarquer que l'enfant n'est pas tenu de considérer les nombres dans un ordre prescrit : il peut placer d'abord le 1 à la place

convenable, puis le 8, etc. Une fois placés, les nombres disparaissent de la partie gauche de l'écran.

2. Classement d'entiers (nombres de trois chiffres)

Huit nombres de trois chiffres sont choisis au hasard. Il s'agit de les placer dans l'ordre croissant (de bas en haut) en face des niveaux de l'immeuble.

3. Classement de décimaux (dont la partie décimale comporte deux chiffres)

Il s'agit là d'une situation particulière, bien plus facile à traiter que la situation générale, et relativement familière pour les enfants avant même le cours moyen. En effet, le système monétaire, et quelquefois les systèmes de mesure de longueur, s'expriment de la sorte dans la vie courante (on parle de « trois francs quarante » ou de « deux mètres quarante-cinq », etc.). Il ne s'agit toutefois pas exactement d'une « vraie » situation décimale. D'abord, parce que les centimes isolés sont pratiquement inusités (sauf pour certains décomptes bancaires), d'autre part parce qu'il n'existe pas de sous-unités. Remarquons aussi que l'usage veut que « deux mètres cinq » signifie « deux mètres et cinq centimètres » et non « 2,5 mètres ». Cette situation, outre son intérêt pour ces usages de la vie courante, est facile à traiter, puisque l'on est ramené à considérer deux couples de nombres à classer hiérarchiquement dans cet ordre : d'abord les parties entières, ensuite, si nécessaire, les parties décimales (qui sont classables ici comme des nombre entiers). Il faut prendre garde, toutefois, au fait que cette méthode n'est pas générale.

4. Classement de décimaux (même partie entière, de zéro à trois chiffres après la virgule)

On retrouve ici la difficulté entière du classement des nombres décimaux, en particulier si les parties décimales sont de longueur inégale (par exemple 1,012 et 1,2).

Possibilités d'adaptation

« Combien de nombres voulez-vous faire ranger (de 2 à 8) ? »

a. Nombres entiers

« Voulez-vous que les nombres soient compris entre et ? »

Le choix d'un domaine d'étude plus étroit facilite l'exercice. D'autre part, on peut ainsi, pour les plus jeunes enfants, ne faire intervenir que des nombres à deux chiffres.

b. Nombres décimaux

« Combien de chiffres, au maximum, voulez-vous après la virgule ? »

Ceci permet de graduer la difficulté, en particulier en ne considérant au début que des nombres « de rang 1 » (un chiffre après la virgule) comme on l'indiquait dans la progression ci-dessus.

« Voulez-vous que le nombre de chiffres écrits *après* la virgule soit identique (I) ou différent (D) ? » Cette variante permet de construire des exercices où les parties décimales n'interviennent pas, et où intervient seul, par conséquent, le mode de classement des nombres entiers.

« Voulez-vous que les chiffres écrits *avant* la virgule soient identiques (I) ou différents (D) ? » Dans ce cas, c'est le mode de classement spécifique des décimaux qui est mis en jeu.

En effet, la difficulté spécifique au classement des décimaux n'intervient que pour autant que les parties entières sont égales. Les deux variantes précédentes permettent ainsi de traiter, si on le souhaite, séparément les deux ordres de difficulté.

« Souhaitez-vous qu'un zéro apparaisse souvent après la virgule ? »

Cette situation, on le sait, est souvent source de difficulté. Elle est issue en partie de la numération orale qui omet généralement les zéros. Les nombres 12,7 et 12,07 pourraient être énoncés « douze virgule sept », ce qui ne permettrait pas de lever l'ambiguïté. Il peut donc être souhaitable d'insister sur les parties décimales comportant des zéros.

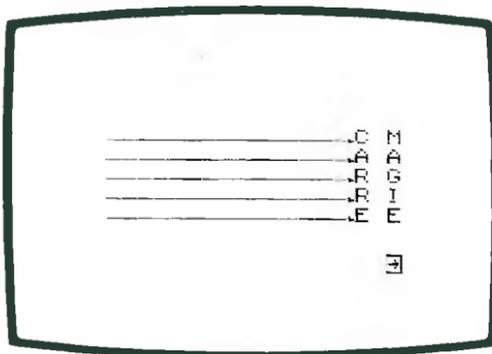
Carré magique

Activité pour un utilisateur.

Objectif

Réaliser un carré de nombres
de manière à ce que les sommes des nombres
sur chaque ligne et chaque colonne
soient toutes égales.

Scénario d'utilisation



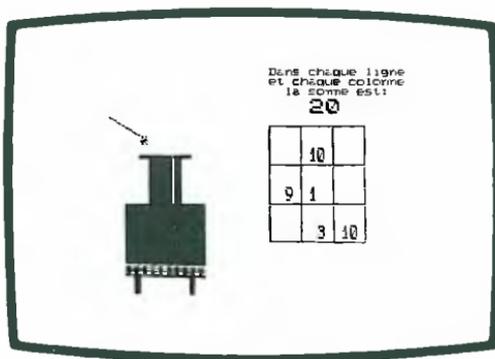
Après l'affichage de la première page, frappez une touche pour démarrer.



En frappant la touche 1 (facile), vous aurez à calculer sur des nombres assez petits à placer dans un carré 3×3 .

En frappant la touche 2 (difficile), vous aurez à calculer sur des nombres plus grands à placer dans un carré 4×4 .

Vous voyez alors apparaître un carré ; certaines cases contiennent des nombres, d'autres sont vides. Vous devez inscrire des nombres dans chaque case vide de manière à ce que la somme des nombres d'une même ligne (ou d'une même colonne) soit égale à la somme indiquée.



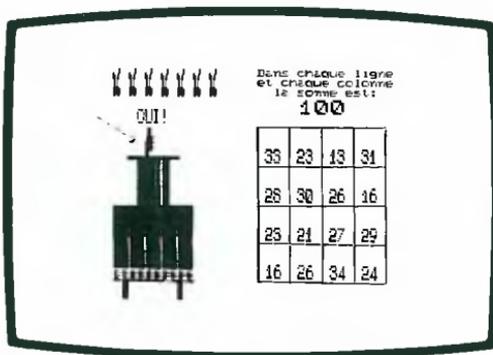
Pour cela, déplacez le repère rectangle rouge dans la case du carré où vous voulez écrire, grâce aux touches ← → ↑ ↓ .

Écrivez le nombre qui devrait s'y trouver et frappez **ENTREE** .

Si le nombre est bon, un petit air de victoire vous est joué et un lapin blanc sort du chapeau. Si le nombre est mauvais, la machine émet un grognement et un lapin noir sort du chapeau ; le nombre correct remplace le vôtre dans cette case.

Aide : En frappant sur **ACC** , la machine remplit la case vide à votre place. Cela vous évite d'être bloqué et vous permet de mieux comprendre ce qu'il faut faire.

Lorsque le carré est rempli, votre score est représenté par le nombre de lapins blancs sortis. Essayer de réaliser un « sans faute », sans aucun lapin noir !



En frappant alors une touche quelconque, vous pourrez recommencer.

Exercices écrits

Exercice 1. Opérations à « trous »

Compléter, le plus rapidement possible :

$$140 + \dots + 124 = 370$$

$$41 + 19 + \dots = 100$$

$$212 + 315 + \dots = 999$$

$$\dots + 214 + 26 = 500$$

$$26 + 164 + \dots = 320$$

Exercice 2. Carrés à « trous »

Voici un carré magique de somme 12 :

2	6	4
7	5	0
3	1	8

$$2 + 6 + 4 = 12$$

$$7 + 5 + 0 = 12$$

$$3 + 1 + 8 = 12$$

$$2 + 7 + 3 = 12$$

$$6 + 5 + 1 = 12$$

$$4 + 0 + 8 = 12$$

Un élève a commencé à construire un carré magique, il s'est arrêté dans son travail : le terminer.

		24
19	25	2
17		

Exercice 3. Calculs rapides

a. Ajouter 11

$$\begin{aligned} \text{Par exemple } 39 + 11 &= 39 + 10 + 1 \\ &= 49 + 1 \\ &= 50 \end{aligned}$$

Faire de même pour calculer :

$$48 + 11, 97 + 11, 74 + 11, 37 + 11$$

b. Ajouter 9 (9 = 10 - 1)

$$\begin{aligned} \text{Par exemple } 49 + 9 &= 49 + 10 - 1 \\ &= 59 - 1 \\ &= 58 \end{aligned}$$

Calculer rapidement :

$$74 + 9, 137 + 9, 88 + 9, 97 + 9$$

Exercice 4. Jeu de signes

Compléter les tableaux ci-dessous avec les signes =, +, -, pour qu'ils soient corrects.

40		19		21
29	=	16		13
11		3		8

77		73		150
34		122		88
11		49		62

Exercice 5. Petit vent égale brise !

Chaque lettre représente un chiffre (de 0 à 9).

$$\begin{array}{r}
 P E T I T \quad N = 9 \\
 + V E N T \quad E = 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

B R I S E Trouver les autres.

Exercice 6. Carré

Chaque case est occupée par un chiffre. Toutes les cases contiennent des chiffres différents. On donne les sommes par ligne et par colonne. Trouver les cases vides.

5			10
			17
			18
10	18	17	

Exercice 7. Codes

Quels chiffres représentent ?

$ \begin{array}{r} 2 \quad \heartsuit \\ + \quad \clubsuit \quad \heartsuit \\ \hline \heartsuit \quad \clubsuit \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2 \quad \spadesuit \quad \diamondsuit \\ \diamondsuit \quad 3 \quad \heartsuit \\ + \quad \spadesuit \quad \diamondsuit \quad 4 \\ \hline \spadesuit \quad 0 \quad \spadesuit \quad \spadesuit \end{array} $
---	---

Exercice 8. D'autres jeux avec les nombres.

Compléter :

a. Somme par ligne 40, somme par colonne 30

3	16		14
	3		
10			11

$$3 + 16 + \dots + 14 = 40$$

$$\dots + 3 + \dots + \dots = 40$$

$$10 + \dots + \dots + 11 = 40$$

$$3 + \dots + 10 = 30$$

$$\dots + \dots + \dots = 30$$

$$16 + 3 + \dots = 30$$

$$14 + \dots + 11 = 30$$

b. Somme par ligne 112,
somme par colonne 84

31	27		40
	30	42	
24			

Faire la somme de tous les nombres du tableau; pouvait-on prévoir ce résultat ?

Exercice 9

Dans ces deux tableaux les sommes par ligne et par colonne sont égales à 21. Compléter les tableaux.

6	3	
13		
		8

6		11
		2
	10	

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

CE : « *La maîtrise des techniques opératoires devra être parfaitement assurée en base dix. Par ailleurs, il est indispensable que des exercices entretiennent constamment cette maîtrise, au-delà de la phase de découverte et de première assimilation. En ce qui concerne la soustraction, le fait de calculer une différence par addition constitue une technique qui a l'avantage de ne pas exiger des enfants d'autres compétences que celles requises pour l'addition (...). Il est essentiel que les enfants acquièrent des procédures de calcul mental. A cet effet, celui-ci sera pratiqué régulièrement.* »

CM : « *Pour le calcul écrit comme pour le calcul mental, les séquences pédagogiques viseront, suivant les cas, l'élaboration ou l'explicitation de techniques, l'entretien systématique de techniques déjà mises en place ou leur réinvestissement (...). L'objectif du calcul mental est que les enfants soient capables d'effectuer toute une gamme de calculs, sans pour autant qu'ils aient appris à associer de façon stéréotypée une méthode donnée à un type de calcul donné.* »

B. Conseils pédagogiques

Problèmes, calculs et carrés magiques

Les activités mathématiques sur les nombres sont multiples. Elles comportent, bien entendu, la connaissance des nombres et celle des opérations, sous leur double aspect : signification de l'opération et technique de calcul. L'apprentissage de ces techniques nécessite une bonne connaissance d'un certain nombre de résultats (tables) qui doivent être immédiatement disponibles. D'autre part, le calcul peut revêtir des aspects divers : oral, mental, écrit. Chaque modalité illustre des propriétés opératoires diverses, des stratégies, des représentations variées. C'est pourquoi l'enfant doit être habitué à ces différentes modalités, à la fois pour renforcer la mémorisation des résultats à connaître, et pour pouvoir choisir selon les situations la modalité la plus appropriée : calcul mental, résolution d'une écriture « en ligne », opération « posée », etc.

Mais l'activité sur les nombres est fréquemment investie dans des problèmes. Deux aspects nouveaux interviennent alors : la mise en jeu de *grandeurs* (mesures, prix, quantités diverses) et l'évocation liée à la situation décrite, d'une part, et l'aspect véritablement logique, recherche d'information, classement de ces informations, discernement d'une méthode de résolution, d'autre part.

Chacun de ces aspects peut être entraîné dans des situations spécifiques ou dans des situations mixtes. De façon complémentaire aux « situations-problèmes » faisant intervenir des grandeurs physiques, les *jeux numériques*, plus attrayants que les situations classiques de calcul mental, permettent d'exercer non seulement les compétences en calcul mais aussi les capacités logiques. Il est en effet nécessaire de chercher les informations utiles et de mettre au point une démarche de résolution. De tels jeux sont très divers. Les exercices écrits en proposent quelques exemples.

Les carrés magiques ont une longue histoire. On les voit apparaître en Chine dès la haute antiquité. Ils ont été étudiés en Occident surtout aux XVI^e et XVII^e siècles.

Le problème consiste à disposer les premiers nombres entiers dans un tableau carré de telle sorte que les sommes par ligne, par colonne et en diagonale soient toujours les mêmes. Dans l'exemple ci-après (carré d'ordre 3), les neuf premiers entiers figurent. La somme est 15.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Pour les carrés d'ordre impair (3, 5, 7, etc.) Bachet de Méziriac (1626) propose la méthode suivante : sur un quadrillage disposé comme sur la figure 1, on écrit les nombres en ordre croissant selon les diagonales descendantes. Puis on reporte les nombres extérieurs au carré, sur la même ligne ou colonne, dans la case la plus éloignée d'eux (fig. 2). On obtient un carré magique. La même méthode s'applique à l'ordre 5. Il y a d'ailleurs des milliers de carrés magiques d'ordre 5.

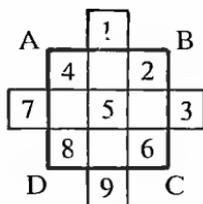


Fig. 1

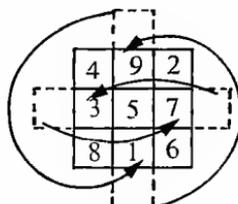


Fig. 2

Voici une méthode qui s'applique aux carrés d'ordre pair.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Fig. 3

1	14	15	4
9	6		12
5	10	11	8
13	2	3	16

Fig. 4

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Fig. 5

Partant du tableau (fig. 3) où les seize premiers entiers sont écrits par ligne, en ordre croissant, on permute la première et la quatrième ligne, puis la deuxième et la troisième ligne, *mais* sans toucher les nombres situés sur les diagonales. Cela donne le tableau de la figure 4. On recommence sur les colonnes (première et quatrième, puis deuxième et troisième, sauf les diagonales). Cela donne le carré magique de la figure 5 (total 34) rendu célèbre en 1514 par Albrecht Dürer dans sa gravure « Melancholia ». Il existe des centaines de carrés magiques d'ordre 4.

Bien entendu, le programme ne se propose pas de les faire découvrir : il s'agit de compléter des tableaux de nombres possédant la propriété des carrés magiques des sommes égales par ligne et par colonne uniquement (dans le logiciel, les diagonales ne sont pas prises en compte). Pour que le problème puisse être abordé sans tâtonnement et sans référence à une théorie mathématique non élémentaire, les informations données sont disposées de telle sorte que le raisonnement conduise à la solution.

Possibilités d'adaptation

Pour chaque niveau, la dimension du tableau peut être 3 ou 4.

- Si la dimension est égale à 3 : « Choisissez l'intervalle dans lequel sera déterminée la somme « magique » (intervalle maximal : 15 à 100). »

Cette activité, qui ne demande que la pratique de l'addition et de la soustraction (comme des additions « à trous ») peut être mise en œuvre dès la fin du CP. On se bornera alors à des sommes simples : petits nombres et multiples de 10 permettant une révision des tables d'addition et de compléments à la dizaine supérieure.

- « Voulez-vous que la somme soit un multiple de 10 ? »
- « Nombre de cases à trouver (de 2 à 5) ? »

S'il s'agit plutôt d'un exercice de révision, empruntant une forme de jeu, on s'en tiendra à un petit nombre de cases vides. Le choix maximal de cases vides en fait un exercice où la logique (repérage d'informations utilisables) prend une plus grande place.

- Si la dimension est égale à 4 : « Choisissez l'intervalle dans lequel sera déterminée la somme « magique » (intervalle maximal : 34 à 300). »

- « Voulez-vous que la somme soit un multiple de 10 ? »
- « Nombre de cases à trouver (de 2 à 7) ? »

L'invasion des chiffres

Activité pour un utilisateur.

Objectif

Calculer mentalement
le plus de résultats possible
avant que les opérations vous « envahissent ».

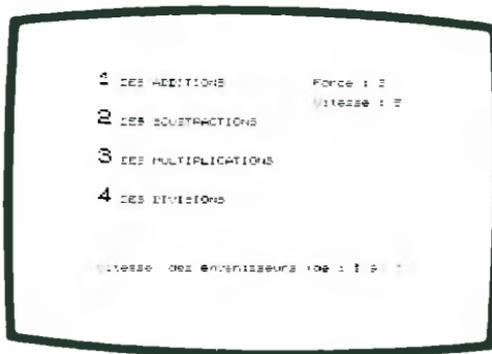
Scénario d'utilisation

Après l'affichage de la première page, *frappez sur une touche pour démarrer.*

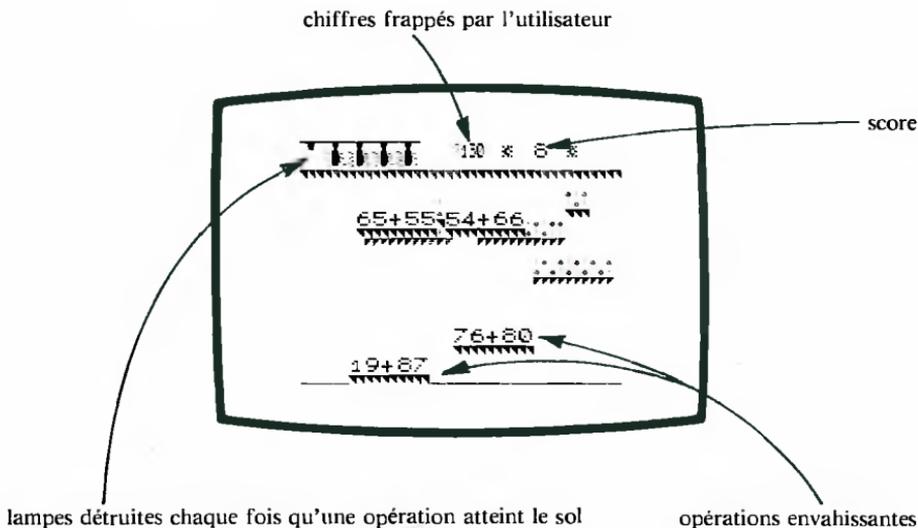


Un menu vous est alors proposé.

Choisissez votre opération puis répondez successivement à chacune des deux questions suivantes en frappant un chiffre de 1 à 5, puis un chiffre de 1 à 9.



Le jeu commence alors :



Le jeu consiste à frapper le résultat de l'une quelconque des opérations qui vous « attaquent ».

Si le résultat est bon, l'opération explose et disparaît (sans que vous ayez à frapper sur **ENTREE** ou une autre touche; il suffit de frapper la bonne suite des chiffres du résultat).

Attention : si vous frappez un mauvais résultat ou si vous frappez trop vite la suite des chiffres, les opérations continuent à descendre. Pour effacer vos mauvaises frappes, appuyez sur la barre d'espace, sinon elles s'effacent automatiquement au quatrième chiffre entré.

Votre score est affiché en haut à droite. Le jeu s'arrête lorsque cinq « opérations » sont arrivées en bas de l'écran sans que vous ayez frappé leur résultat.

Un bilan apparaît alors :



Si vous réussissez à atteindre 100 opérations détruites (ce qui est très difficile), vous aurez définitivement vaincu les envahisseurs !

Note : Ce jeu n'est pas aussi épouvantable qu'il en a l'air. Vous avez largement le temps de réfléchir avant que les opérations n'atteignent le bas de l'écran. Surveillez bien si vos frappes sur le clavier sont prises en compte par la machine. Ne vous énervez pas... Évidemment, plus vous réussissez, plus les opérations descendent vite.

Exercices écrits

Exercice 1. Multiplier par 4 et 8

$$\begin{aligned} \text{a. } 16 \times 4 &= 16 + 16 + 16 + 16 \\ &= 16 \times 2 + 16 \times 2 = 32 + 32 \\ &= 32 \times 2 \end{aligned}$$

Pour multiplier un nombre par 4, on peut le multiplier par 2 puis multiplier le résultat par 2. Utiliser cette méthode pour calculer :

$$\begin{array}{ccc} 16 \times 4 & 19 \times 4 & 31 \times 4 \\ 36 \times 4 & 25 \times 4 & 27 \times 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 13 \times 8 &= 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 \\ &= (13 \times 4) + (13 \times 4) \\ &= (13 \times 4) \times 2 \end{aligned}$$

Pour multiplier par 8, on peut multiplier par 4, puis par 2. Ou bien on peut multiplier par 2, puis par 2, puis encore par 2. Utiliser cette méthode pour calculer :

$$\begin{array}{ccc} 13 \times 8 & 17 \times 8 & 19 \times 8 \\ 25 \times 8 & 37 \times 8 & 16 \times 8 \end{array}$$

Exercice 2. Divisions

a. Pour remplacer une multiplication à « trous », par exemple : $3 \times \dots = 15$, on écrira $15 : 3 = 5$.

Compléter :

$$\begin{array}{ll} 7 \times \dots = 63 & 63 : 7 = \dots \\ 12 \times \dots = 36 & 36 : 12 = \dots \\ 9 \times \dots = 54 & 54 : 9 = \dots \\ 11 \times \dots = 77 & 77 : 11 = \dots \end{array}$$

Inventer d'autres égalités de la même forme et trouver le nombre inconnu.

b. Faire la même chose pour ces calculs plus compliqués :

$$15 \times \dots = 165 \quad 165 : 15 = \dots$$

$$13 \times \dots = 156 \quad 156 : 13 = \dots$$

$$24 \times \dots = 264 \quad 264 : 24 = \dots$$

$$21 \times \dots = 336 \quad 336 : 21 = \dots$$

Exercice 3. Avec quatre « 4 »

Trouver les opérations à faire sur les quatre « 4 » pour aboutir aux résultats indiqués :

Exemple : $(4 \times 4) + (4 : 4) = 17$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 7$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 6$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 16$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 24$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 36$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 68$$

$$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad = 128$$

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

C.E. : « *Il est essentiel que les enfants acquièrent des procédures de calcul mental. A cet effet, celui-ci sera pratiqué régulièrement. Ces procédures seront dégagées et validées en liaison avec les propriétés des opérations et des fonctions numériques. Elles seront réinvesties en toutes occasions (...).* »

C.M. : « *L'objectif du calcul mental est que les enfants soient capables d'effectuer toute une gamme de calculs, sans pour autant qu'ils aient appris à associer de façon stéréotypée une méthode donnée à un type de calcul donné (...). Selon la forme adoptée, les exercices sollicitent des types d'attention et de mémoire différents dont il convient de ne négliger aucun.* »

B. Conseils pédagogiques

La maîtrise de la numération, du calcul élémentaire et de son utilisation est l'un des objectifs de l'enseignement élémentaire. On peut distinguer plusieurs aspects dans ce domaine de connaissance, notamment :

— un aspect logique concernant la signification des opérations et le choix des opérations en vue d'une situation de problème,

— un aspect technique. Il peut sembler que la diffusion de plus en plus large des calculettes (et des micro-ordinateurs) risque de rendre la pratique du calcul écrit de moins en moins courante. Mais, quoique des machines légères et peu coûteuses soient capables de fournir très rapidement des résultats précis, il n'est certainement pas souhaitable d'accroître la dépendance vis-à-vis d'elles.

De plus, il est des cas où il est plus efficace et plus rapide de ne pas y avoir recours, en particulier dans les trois cas suivants :

a. Il s'agit de calculs très simples et dont on peut aisément connaître le résultat « par cœur ». C'est ainsi qu'il serait incongru de consulter une calculette ou de poser l'opération pour obtenir :

$$7 \times 8, \quad 13 \times 10, \quad 25 : 5, \quad 18 + 12.$$

b. Dans certains cas plus complexes, on peut se contenter de connaître un ordre de grandeur, c'est-à-dire une estimation du résultat; c'est le cas en particulier lorsqu'on veut s'assurer de la vraisemblance d'un résultat obtenu par une machine (caisse-enregistreuse, etc.).

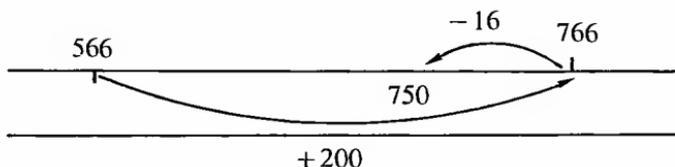
c. Dans de nombreux autres cas, enfin, où le résultat ne peut être connu par cœur, une procédure de calcul mental permet d'accéder rapidement au résultat. La rapidité et la sûreté de ces procédures sont essentielles pour ce mode de calcul; c'est pourquoi un entraînement est nécessaire. C'est ce que propose ce programme, sous la forme d'un jeu.

Le calcul mental n'est pas l'exécution mentale d'une procédure écrite. Ce n'est pas seulement une autre façon de calculer. Il met en jeu des modes de représentation particuliers et permet à l'enfant d'explorer et de s'approprier « l'espace des nombres ». C'est un excellent moyen d'exercer la mémoire et l'attention, et pour chacun de développer des méthodes, de les comparer à d'autres, d'accroître leur efficacité.

Exemple : $566 + 184$

Procédure écrite :
$$\begin{array}{r} 566 \\ + 184 \text{ (de gauche à droite)} \end{array}$$

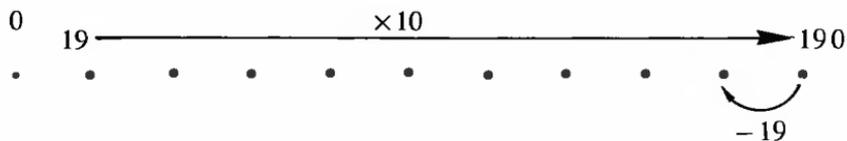
Procédure mentale :



$$566 + 200 - 16 = 766 - 16 = 750$$

Exemple : 19×9

Procédure mentale :



$$(19 \times 10) - 19 = 190 - 20 + 1 = 171$$

On voit sur ces exemples :

— qu'il est important de pouvoir situer un nombre sur la « droite numérique », de classer plusieurs nombres, d'associer un nombre au nombre le plus proche pour lequel le calcul est facile.

— qu'il est important d'automatiser certains calculs très simples (toutes opérations faisant intervenir 10, 100, 1000, etc., les compléments à 10 et 100), et les « déplacements » sur cette droite numérique, vers les valeurs croissantes ou les valeurs décroissantes, par unité ou par « saut » de multiples de 10, 100, 1000, etc.

Cycle élémentaire

a. Le calcul mental doit s'appuyer sur une maîtrise de la numération orale et écrite (lecture d'un nombre écrit en chiffres; écriture chiffrée d'un nombre énoncé) et sur le rangement de nombres (situation d'un nombre parmi d'autres) :

- intercaler un entier entre deux autres,
- donner un encadrement d'un nombre,
- ranger trois ou quatre nombres en ordre croissant ou décroissant,
- compter en croissant ou en décroissant de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5, à partir d'un nombre donné.

b. Le calcul mental fait appel à une bonne disponibilité de la mémoire; cette disponibilité est d'autant plus grande que l'enfant se fait des nombres une représentation plus stable. On lit lentement une liste de nombres (trois à six nombres de deux chiffres); on demande aussitôt après d'en écrire de mémoire le plus possible.

c. Renforcement des décompositions additives et des grandes « ponctuations » de la droite numérique : dizaines, centaines, milliers.

— Donner une décomposition d'un nombre en deux ou trois termes, par exemple,

$97 = 90 + 7 = 50 + 40 + 7$ (on pourra ensuite imposer que chaque terme soit supérieur à 10, non terminé par zéro...).

— Trouver le complément à 10, à 100. Par exemple, le complément à 100 de 67 : 33, etc.

d. Produits par 10, 100, et double. C'est ici une nouvelle occasion de renforcer la connaissance des tables sur des cas simples (un des facteurs n'a qu'un chiffre) :

$$12 \times 3 \qquad 19 \times 4$$

Cycle moyen

Les objectifs ne sont pas différents, mais la meilleure disponibilité des représentations mentales et des règles de calcul permettront de les

appliquer à des cas plus complexes. L'acquisition de la division, la découverte des nombres décimaux sont de nouvelles occasions de calcul. En règle générale, en présence d'un calcul à faire, on s'interroge sur la possibilité d'en obtenir mentalement le résultat. Le calcul par écrit sera entrepris si cette méthode s'avère longue ou mal assurée.

a. Quelques jeux sont l'occasion de mêler les opérations et de faire manipuler les nombres mentalement (« Le compte est bon », etc.). Les exercices d'intercalation, d'encadrement, de rangement sur les décimaux sont très importants et devront être progressifs.

Exemple : intercaler un nombre entre 1,5 et 1,6.
entre 1 et 1,1.

Ranger par ordre croissant 1,12, 1,02, 1,2, 1,025.

b. Renforcement des décompositions multiplicatives (sur des entiers).
Produit par dizaines et centaines, double et moitié.

Exemples :

$$56 \times 25 = 7 \times 8 \times 25 = 7 \times 200 = 1\,400$$

$$4 \times 12 \times 5 = 4 \times 3 \times 4 \times 5 = 12 \times 20 = 240$$

$$\text{Moitié de } 86 = \text{moitié de } 80 + \text{moitié de } 6 = 43$$

$$\text{Moitié de } 156 = \text{moitié de } (160 - 4) = 80 - 2 = 78$$

c. Estimation de la validité d'un résultat. On est conduit à des procédures *partielles* de calcul, permettant de décider de la réponse.

Exemple : $1\,256 + 278$ est-il égal à $1\,434$?

Exemple : 625×12 est-il égal à 637 ? $7\,500$? $5\,700$? $8\,120$?

Possibilités d'adaptation

- A combien d'opérations réussies limitez-vous chaque exercice ?
Le programme standard fixe cette limite à 100, ce qui est un très haut niveau. Vous pouvez donc baisser cette limite pour mieux motiver vos élèves.

1. Addition :

- Voulez-vous des termes de un chiffre ou de deux chiffres, ou les deux ?
- Voulez-vous des additions sans retenue ?
- Voulez-vous beaucoup de sommes se terminant par zéro ?

Les deux premières variantes permettent d'adapter le jeu au niveau de la classe et à l'objectif poursuivi sur le moment. La dernière permet de travailler sur les complémentaires aux multiples de 10 qui jouent un rôle essentiel dans les techniques de calcul.

2. Soustraction :

- Voulez-vous que le second terme ne comporte qu'un seul chiffre ?
- Voulez-vous beaucoup de différences se terminant par 0 ?

Les possibilités ici apportées sont corrélatives de celles proposées par l'addition : exercices progressifs, renforcement du calcul des compléments.

3 et 4. Multiplication et division :

- Voulez-vous avoir un facteur choisi parmi certains nombres ? Si oui, lesquels ?

Cette possibilité permet, sous forme d'activité individuelle, de vérifier la connaissance et la rapidité de disponibilité des tables de multiplication.

Multiplication

Activité pour un utilisateur.

Objectif

Bien apprendre
la technique habituelle
de la multiplication.

Scénario d'utilisation



Après l'affichage de la première page, frappez sur une touche pour démarrer.



En frappant la touche 1, les multiplications seront du genre :
 $73\,095 \times 4$

En frappant la touche 2, les multiplications seront du genre :
 $258,12 \times 655$

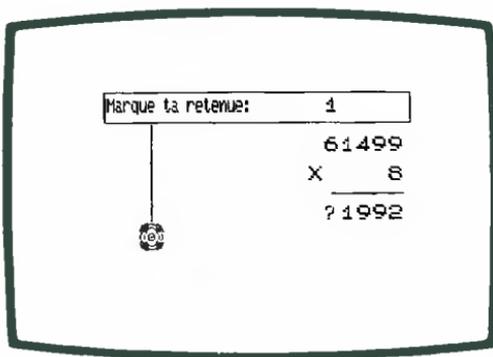
En frappant la touche 3, les multiplications seront du genre :
 $292,12 \times 22,2$

En frappant la touche 4, les multiplications seront du genre :
 $214,41 \times 46,006$

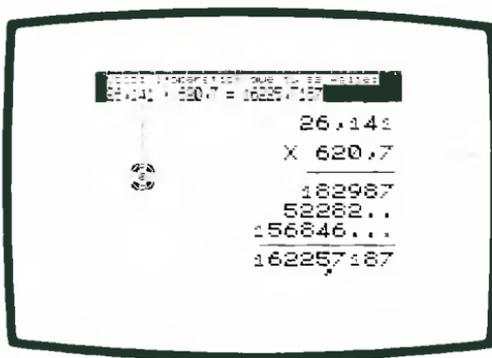
Choisissez ensuite si vous voulez écrire la « retenue » sur l'écran ou bien si vous voulez simplement la garder dans votre tête.



Une multiplication vous est alors proposée. Vous devez écrire le bon chiffre là où est marqué le point d'interrogation rouge.



Remarques : si vous avez demandé à écrire la retenue, le « ? » ira se placer au bon endroit pour vous aider dans la conduite de cette opération. Après avoir effectué une première ligne de calcul, vous pouvez déplacer le point d'interrogation vers la gauche, soit en frappant **←**, soit en frappant **0**. A la fin du calcul, pour placer la virgule, utilisez les touches **←** et **→** pour déplacer la petite flèche. Lorsque vous pensez être à la bonne place, frappez **ENTREE**



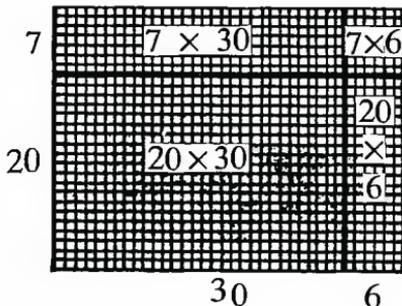
En cas d'erreur un yoyo descend de deux tours. Mais vous pouvez vous rattraper puisque, pour chaque bonne réponse, il remonte d'un tour. Cependant si vous le laissez descendre de huit tours, vous serez expulsé du jeu.

Aide : En frappant sur **ACC**, la machine écrit un chiffre à votre place. Vous pouvez ainsi mieux comprendre le mécanisme. Évidemment le nombre d'aides que vous réclamez vous sera signalé au bilan qui apparaît après chaque opération.

Exercices écrits

Exercice 1. Produits et quadrillage

Pour calculer 27×36 , on peut utiliser un quadrillage :



$$\begin{aligned}27 \times 36 &= (20 + 7) \times (30 + 6) \\&= 20 \times 30 + 7 \times 30 + 6 \times 20 + 7 \times 6 \\&= 2 \times 3 \times 100 + 7 \times 3 \times 10 + 6 \times 2 \times 10 + 7 \times 6 \\&= \dots\end{aligned}$$

Essayer de compléter (en s'aidant, au besoin, d'un dessin) et terminer le calcul.

$$\begin{aligned}41 \times 26 &= \dots \times \dots \times 100 + \dots \times \dots \times 10 \\&\quad + \dots \times \dots \times 10 + \dots \times \dots = \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}72 \times 42 &= 7 \times 4 \times \dots + 2 \times 4 \times \dots + \dots \times \dots \times 10 \\&\quad + \dots \times \dots = \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}29 \times 36 &= \dots \times \dots \times 100 + \dots \times \dots \times 10 \\&\quad + 9 \times 6 \times \dots + \dots \times \dots = \dots\end{aligned}$$

Exercice 2. Savoir ses “tables”

Ecrire la table de 7 jusqu'à 7×10 , et compléter

$$\dots \times 7 = \dots 5 \qquad \dots \times 7 = \dots 3$$

$$\dots \times 7 = \dots 2 \qquad \dots \times 7 = \dots 6$$

Exercice 3

Compléter avec des nombres de deux chiffres et un résultat en trois chiffres. Il y a plusieurs solutions (neuf).

$$\dots \times 7 = \dots 5$$

Exercice 4

Écrire la table de 6 jusqu'à 6×10 et essayer de compléter (attention : une des opérations a deux solutions et une autre n'en a pas).

$$\dots \times 6 = \dots 2 \qquad \dots \times 6 = \dots 5$$

$$\dots \times 6 = \dots 8$$

Exercice 5

Compléter avec des nombres de deux chiffres et un résultat de trois chiffres (dix-sept solutions !).

$$\dots \times 6 = \dots 4 \quad .$$

Exercice 6. Tables incomplètes

Tables de multiplication à compléter :

La table de multiplication se présente comme un quadrillage. Les cases contiennent les produits.

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	..
4	4	8	12	16	20	..
5	5	10	15	20
6	6	12	18

Exemple : ligne 4, colonne 4, on trouve 12.

Voici des extraits de la table qu'il faut compléter :

9	
	16

		20
	20	

	56	
56		

40	

42		
		72

		40
40		

	72
72	

Voici une table de multiplication complète. Mais les lignes et les colonnes ne sont pas dans l'ordre croissant habituel.

×	2	6	4
9	18	54	36
5	10	30	20
3	6	18	12

Exercice 7

Voici d'autres tables à compléter :

×		4	
		28	
3			18
	10		30

×			
		5	35
9	54		
			14

×			
	64		
		21	27
	56		

Exercice 8. Des multiplications « à trous »

$$\begin{array}{r} 3 - \\ \times - 9 \\ \hline 3 - 1 \\ - - 6 \\ \hline 1 - - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 - \\ \times - 5 \\ \hline - 3 - \\ 1 6 4 \\ \hline 2 - 7 - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - - 2 \\ \times 2 - \\ \hline 3 6 4 \\ 1 0 4 \\ \hline - - - - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 8 \\ \times 3 - \\ \hline 1 - 4 \\ 1 4 - \\ \hline 1 5 - 4 \end{array}$$

Placer des nombres dans les cases de telle façon que les produits en lignes et en colonnes correspondent aux résultats indiqués.

			18
			80
			252

8 105 432

			24
			40
			378

21 60 288

Exercice 9

Compléter les multiplications.

$$\begin{array}{r} 3 - \\ \times - 7 \\ \hline 2 - 5 \\ 1 4 0 \\ \hline 1 6 - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 - \\ \times - 9 \\ \hline - - 1 \\ 2 4 - \\ \hline 2 - 9 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 - \\ \times - 2 \\ \hline 3 - 6 \\ 1 9 0 \\ \hline 1 9 - - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 - \\ \times - 6 \\ \hline - - 4 \\ 1 - 7 \\ \hline 2 1 - 4 \end{array}$$

Exercice 10. Calculs rapides

a. $37 \times 19 = \dots$
 $37 \times 20 - 37 = \dots$

b. $47 \times 101 = \dots$
 $(47 \times 100) + 47 = \dots$

c. $39 \times 5 = \dots$
 $(39 \times 10) : 2 = \dots$

e. $54 \times 99 = \dots$
 $(54 \times 100) - 54 = \dots$

d. $51 \times 45 = \dots$
 $(51 \times 90) : 2 = \dots$

f. $16 \times 45 = \dots$
 $(8 \times 2) \times 45 = \dots$
 $8 \times (2 \times 45) = \dots$

Exercice 11. Estimations

Le produit 224×187 est l'un de ces cinq nombres :

4188 41888 84188 8184 48814

Trouver lequel sans faire l'opération.

Même question pour :

$23,87 \times 0,014$ parmi :

0,33418 0,33418 3,4381 334,18 31,841

$1,02 \times 2,01$ parmi :

2,52 2,0502 2,142 2,412 0,0404

Exercice 12

On trouve les résultats suivants (ils sont exacts) :

$$141 \times 13 = 1833$$

$$141 \times 43 = 6063$$

$$56 \times 43 = 2408$$

Calculer (sans poser l'opération) :

$$141 \times 56 = \dots$$

$$141 \times 173 = \dots$$

$$85 \times 43 = \dots$$

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

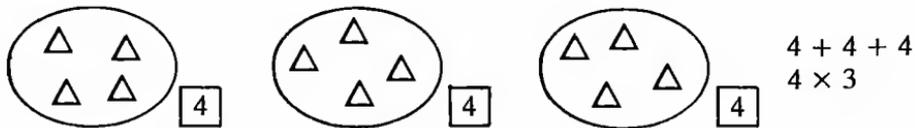
CE : « *Elaborer des techniques opératoires (mentales et écrites) pour l'addition, la multiplication, la soustraction (...). L'élaboration des techniques opératoires, par les enfants, pourra s'effectuer à partir de manipulations ou de représentations (...). La maîtrise des techniques opératoires devra être parfaitement assurée en base dix. Par ailleurs, il est indispensable que des exercices entretiennent constamment cette maîtrise, au-delà de la phase de découverte et de première assimilation.* »

CM : « *Savoir organiser et effectuer un calcul mettant en jeu l'addition, la multiplication, la soustraction des nombres naturels et décimaux; élaborer et mettre en œuvre des techniques de calcul correspondant à ces opérations sur les décimaux (...). Au cycle élémentaire, des techniques ont été mises en place pour les nombres naturels. Au cycle moyen, il convient de faire réfléchir sur ces techniques et de prévoir des exercices d'entretien.* »

B. Conseils pédagogiques

La multiplication, signification et technique

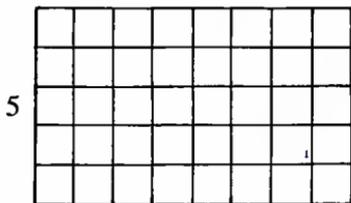
La présentation traditionnelle de la multiplication est fondée sur la répétition de l'addition : on *convient* de noter $p \times n$ le nombre $p + p + \dots + p$ (n termes). Ceci conduit à représenter les situations concrètes par des schémas du type ci-après :



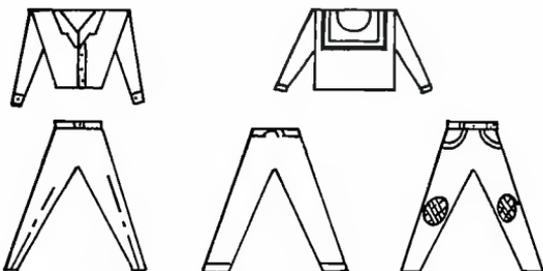
Cette représentation et cette écriture confèrent des rôles non symétriques aux deux facteurs, ce qui peut être le cas dans certaines situations concrètes, mais non toutes. De plus, il devient plus difficile de faire apparaître les propriétés de la multiplication par rapport auxquelles les facteurs jouent

des rôles symétriques, comme la commutativité : $n \times p = p \times n$. Voici deux situations pour lesquelles le schéma ci-dessus est peu approprié :

8

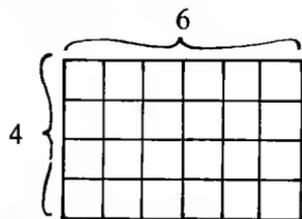


Combien de carreaux ?



Deux T-shirts et trois pantalons au choix : combien de façons d'habiller une poupée ?

L'étude des grilles rectangulaires permet d'aborder la multiplication en maintenant la symétrie des deux facteurs, tout en rendant possible l'écriture d'addition itérée. De plus, cette étude permet d'observer aisément les propriétés de multiplication, la commutativité ($n \times p = p \times n$) et la distributivité ($n \times (p + q) = (n \times p) + (n \times q)$), et d'envisager des techniques efficaces de calcul.



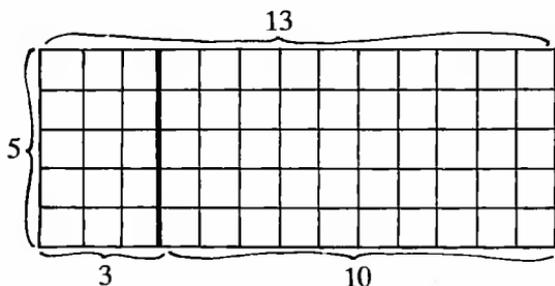
lecture en lignes :

$$6 + 6 + 6 + 6$$

lecture en colonnes :

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$6 \times 4 = 4 \times 6$$

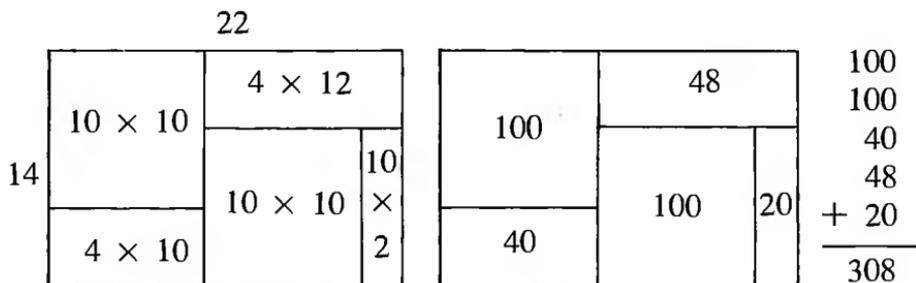


décomposition :

$$13 \times 5 = (10 \times 5) + (3 \times 5)$$

$$50 + 15 = 65$$

On aboutit ainsi à des écritures multiples pour des nombres, même si l'on n'est pas encore capable d'en trouver l'écriture la plus réduite. Au fur et à mesure que l'on étend le « répertoire » des résultats multiplicatifs connus (que l'on peut consigner dans un tableau), on devient capable de réductions d'écriture :



La découverte de l'importance du découpage par dizaines et centaines est une méthode un peu plus rationnelle conduisant tout naturellement à la disposition technique classique :

	20	2
4	80	8
10	200	20

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 14 \\ \hline 88 \\ 220 \\ \hline 308 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 12 \\ \hline 112 \\ 56 \\ \hline 672 \end{array}$$

Cette disposition ainsi justifiée (tout comme l'omission habituelle du zéro à droite du second produit partiel), il reste à rendre cette disposition efficace et support de calcul rapide. L'obtention des produits partiels nécessite notamment la mémorisation et le calcul mental des retenues (second exemple).

C'est cette étape de la technique que le programme va notamment permettre d'exercer.

Possibilités d'adaptation

Produits de nombres entiers

Niveaux 1 et 2. « Voulez-vous choisir le (les) chiffre(s) du multiplicateur ? (O/N) Si oui, quels chiffres voulez-vous ?..... »

Cette variante permet de choisir les tables de multiplication qui vont intervenir, soit pour insister sur un domaine insuffisamment connu de l'enfant, soit pour mettre en évidence des propriétés du résultat.

Niveau 2. « Voulez-vous au multiplicateur un 0 comme chiffre des dizaines ? »

« Voulez-vous au multiplicande un 0 comme chiffre des unités ? »

Dans les multiplications, la présence de zéros suscite souvent des erreurs. On peut alors proposer quelques exercices du même type. Une synthèse consécutive, collective ou en petits groupes permet d'analyser l'influence du zéro (et de sa position) sur l'organisation des calculs et la disposition.

Multiplication et décimaux

Niveaux 3 et 4. La virgule est placée aléatoirement parmi les chiffres du multiplicande et du multiplicateur.

« Combien de chiffres voulez-vous au multiplicande ? (2 à 5). »

« Combien de chiffres voulez-vous au multiplicateur ? (2 à 4). »

Le choix de ces nombres de chiffres répond aux orientations suivantes : le calcul du produit de nombres décimaux s'opère en deux temps. Le premier temps concerne le calcul chiffré proprement dit; le second, la mise en place de la virgule, c'est-à-dire la détermination de l'ordre de grandeur du résultat. Sur des nombres comportant peu de chiffres, on peut avoir une intuition de l'ordre de grandeur plus aisément, et l'on pourra se convaincre de l'utilité de la méthode classique pour la mise en position de la virgule et s'accoutumer à cette méthode. Le calcul sur des nombres comportant beaucoup de chiffres est plus long, et l'ordre de grandeur est moins facile à saisir.

Il est intéressant, par ailleurs, de comparer le calcul exact du résultat avec un calcul mental approché, sur des nombres entiers obtenus par approximation ou par arrondi. Si la machine propose le calcul de $51,34 \times 4,16$, on se proposera de calculer par avance le produit $50 \times 4 = 200$ et l'on s'attendra à trouver un résultat légèrement supérieur à 200.

« Souhaitez-vous voir apparaître obligatoirement des 0 dans les chiffres du multiplicateur ? »

« Voulez-vous que l'un des nombres soit inférieur à 1 ? »

La première question renvoie aux difficultés déjà signalées, occasionnées par la présence de zéros dans les facteurs. C'est ainsi l'occasion de renforcer un point généralement défaillant. La seconde question n'apporte pas de difficulté supplémentaire au point de vue de l'exécution du calcul. Par contre, elle met en évidence une difficulté rencontrée à propos de la recherche de l'ordre de grandeur : un produit n'est pas toujours supérieur à chacun de ses facteurs. Il suffit que l'un des facteurs soit inférieur à l'unité pour que le produit soit inférieur à l'autre. Cette variante s'avère donc utile dans le cas où l'on souhaite faire produire par l'enfant une estimation du résultat avant d'effectuer le calcul exact.

Quelques conseils utiles aux parents ou à l'enseignant

1. *Utilisez le logiciel comme un « élève ».*

Cela vous permettra d'en apprécier les possibilités et les limites afin de mieux préparer son utilisation.

Prenez simplement l'habitude de frapper sur **INS** à la page titre (au lieu de n'importe quelle touche) si vous voulez pouvoir enregistrer sur cassette vos modifications. (« **INS** » comme instituteur.)

2. *Lisez tout ou partie de la notice correspondante.*

Chaque notice comporte :

— Un « scénario d'utilisation » : les copies d'écran montrent assez bien le genre d'activités proposées.

— Des « fiches d'activités-élèves » : ces exercices écrits permettent soit de préparer le travail sur ordinateur, soit de le prolonger. Les activités sur ordinateur s'insèrent ainsi comme éléments complémentaires d'un processus éducatif dans lequel chaque outil a ses propres objectifs.

— Le « contexte pédagogique » du logiciel : on précise ici les objectifs du logiciel, la manière dont il se place par rapport à l'apprentissage de notions voisines ou à d'autres types d'activités.

— Des exemples de « possibilités d'adaptation » : les modifications que vous pourrez apporter devraient vous permettre d'adapter le logiciel à votre élève ou à votre classe.

Vous pourrez par exemple :

- choisir les données en fonction des intérêts de l'élève ou de la classe à un moment précis : un même logiciel peut être utilisé à plusieurs mois d'intervalle avec des données différentes modifiant le niveau ou l'objectif du logiciel.
- changer le niveau du logiciel : des données différentes permettent d'utiliser le même logiciel avec des « élèves » d'âge ou de maturité différents.
- changer parfois l'objectif même du logiciel.

- prévoir plusieurs séries de données : l'élève pourra alors, en les utilisant successivement, franchir les étapes que vous aurez organisées pour lui.

Comment adapter le logiciel pour vos enfants ?

Lorsque la *page titre* est affichée, frappez sur la touche **INS**.

Lorsque la *page menu* est affichée, frappez sur les touches :

INS **ENTREE**.

Le programme vous interroge sur les modifications que vous souhaitez apporter et vous demande la liste des textes ou des nombres que vous voulez « entrer ». Afin d'utiliser au maximum les possibilités qui vous sont offertes, vous avez évidemment intérêt à lire préalablement le chapitre correspondant dans la présente brochure.

Nous avons simplifié le plus possible l'entrée de vos données. Ainsi, pour répondre « oui », il suffit de frapper sur **O** et pour répondre « non », sur **N**. D'autre part, c'est à vous de vérifier la comptabilité de vos réponses aux diverses questions.

Lorsque vous avez réalisé cette adaptation des données, vous avez le choix entre deux possibilités :

— ou bien faire travailler immédiatement sur ces données et lorsque la machine sera éteinte (ou le programme interrompu), ces données seront « perdues ». Pour cela appuyer sur **P** (comme Programme !).

— ou bien enregistrer ces données sur la cassette, à la suite de l'enregistrement du programme. Après avoir appuyé sur **C** (comme Cassette), il faut alors :

- placer l'adhésif obturant l'encoche de protection de la cassette (voir la note, pour une autre possibilité).
- appuyer sur la touche « enregistrement » du lecteur de cassettes (vérifier préalablement que le lecteur est bien connecté au micro-ordinateur).
- frapper le code déclenchant cet enregistrement. Ce mode est la suite de deux lettres : **E** **N**.

A partir de maintenant, la cassette contient vos propres données ; si vous voulez retravailler plus tard avec les données initiales « Nathan », il vous faudra frapper sur **INS** à l'apparition de la *page titre*.

Vous pouvez modifier vos propres données. Il suffit pour cela de recharger le programme et de frapper **INS** à l'affichage de la *page titre*, puis **INS** **ENTREE** à l'affichage de la *page menu*. Vos nouvelles données remplaceront alors les précédentes.

Note : Vous pouvez, si vous le voulez, utiliser une autre cassette pour enregistrer vos données et/ou enregistrer plusieurs séries de données sur une même cassette. Il vous faut alors, après avoir appuyé sur **C**, enlever la cassette-programme et placer votre « cassette-données » personnelle (attention ! faites avancer la bande pour dépasser « l'amorce » sur laquelle vous ne pouvez rien enregistrer).

A l'utilisation l'élève devra alors :

- charger la cassette-programme ;
- à l'apparition de la *page titre*, remplacer la cassette-programme par votre « cassette-données » correctement positionnée ;
- appuyer sur une touche quelconque (différente de **INS**).

Grâce à cette possibilité, vous pourrez vous constituer de véritables *bibliothèques d'exercices sur cassettes* que vous aurez préparés selon le niveau que vous souhaitez, ou même selon l'élève utilisateur. N'oubliez pas alors de bien étiqueter vos cassettes...

Comment adapter les programmes ?

- Si vous voulez faire travailler immédiatement après votre adaptation des données :
 - à la page menu, frappez **INS** **ENTREE**
 - indiquez votre adaptation
 - frappez **P** pour revenir au programme sur lequel les enfants vont travailler.

- Si vous voulez *enregistrer* votre adaptation des données :
 - à la page titre, frappez **INS**
 - à la page menu, frappez **INS** **ENTREE**
 - indiquez votre adaptation
 - frappez **C** , préparez la cassette et le lecteur
 - frappez **E** **N** , et n'oubliez pas de rembobiner votre cassette après l'enregistrement.